Fundação Educacional do Município de Assis
Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis
Campus "José Santilli Sobrinho"

MARCOS ANDRÉ VIEIRA

ESTUDO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Assis

2011

MARCOS ANDRÉ VIEIRA

ESTUDO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Trabalho apresentado ao Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis, como requisito do Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Área de Concentração: Ciências Sociais e Aplicadas

Assis

2011

FICHA CATALOGRÁFICA

VIEIRA, Marcos André

Do dos produtos notáveis usando a história da matemática / Marcos André vieiral. Fundação Educacional do Município de Assis – Assis, 2011.

31 p.

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis

1. Produtos notáveis. 2. História da Matemática.

CDD: 510

Biblioteca da FEMA

ESTUDO DOS PRODUTOS NOTÁVEIS USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

MARCOS ANDRÉ VIEIRA

Trabalho apresentado ao Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis, como requisito do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, analisado pela seguinte comissão examinadora:

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Analisador : Maria Beatriz Alonso do Nascimento

Assis

2011

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a toda a minha família, que me ajudou a ser o que hoje sou. Aos meus amigos e a todos os que acreditaram em mim e me deram forças para chegar até aqui. E acima de tudo à Deus que me permitiu conhecer pessoas abençoadas e poder contribuir com a educação a partir deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

À professora Sarah Rabelo de Souza, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante o trabalho.

Aos familiares, Aquiléia Vieira, João Marcos, Edgard Molero, Simone Molero e a todos que me apoiaram na execução desse trabalho.

Aos amigos,que colaboraram e apoiaram durante o trabalho, Fabio Ricardo, Edinei e Arlindo.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo pesquisar os produtos notáveis, sua origem histórica e propor uma abordagem metodológica utilizando a geometria e material concreto para o ensino deste assunto. A atividade prática foi aplicada a um grupo de alunos do 9º ano de uma Escola Pública Estadual. Foi utilizado o método dos gregos da álgebra geométrica para a abordagem dos produtos notáveis. Produtos notáveis são expressões algébricas que podem ser expressas por meio de um produto. Como são muito utilizadas e os cálculos ficam mais simplificados com esses produtos, são chamados de "produtos notáveis". Foi realizado um pré-teste para verificar o conhecimento deste conteúdo. Depois do desenvolvimento de uma oficina utilizando figuras geométricas representadas por meio de material concreto de cartolina, foi aplicado um pós-teste e verificou-se que os alunos puderam melhorar seu conhecimento deste assunto, pois houve aumento no acerto das questões. Foi um trabalho bem aceito pelos alunos que participaram ativamente das atividades, mostrando que a utilização da geometria por meio de material concreto, e a história da matemática, podem motivar e melhorar o aprendizado de produtos notáveis.

Palavras-chave: Produtos notáveis; História da matemática.

ABSTRACT

This work was aimed at searching the notable products, their historical origin and propose a methodological approach using the geometry and concrete material for the teaching of this subject. The activity practice was applied to a group of students of the 9th year of a State public school. Was used the method of Greek geometric algebra for the approach of notable products. Notable products are algebraic expressions that can be expressed by means of a product. How are very widely used and the calculations become more simplified with these products, are called "notable product". It was held a pre-test to check knowledge of such content. After developing a workshop using geometrical figures represented by means of concrete material, cardboard was applied a post-test and found that students could improve their knowledge of this subject, because there was an increase in settlement of the issues. It was a job well accepted by students who actively participated in activities, showing that the use of geometry through concrete material, and the history of mathematics, can motivate and improve the learning of notable products.

Keywords: Notable products. Mathematics History.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Essa pesquisa abrange uma parte histórica, sobre os produtos notáveis, e uma parte de experimentação de um método de ensino com alunos do Ensino Fundamental de uma Escola Pública.

Muitas vezes os produtos notáveis podem ser ensinados de maneira mecânica, apenas utilizando a memorização. Utilizando a História da Matemática podemos verificar a maneira como os gregos trabalhavam esses conceitos, utilizando da geometria.

O uso da História da Matemática em sala de aula pode ser muito interessante para motivar os alunos.

A proposta, portanto, com esse trabalho de conclusão de curso, foi pesquisar os produtos notáveis mais conhecidos, a maneira como eles eram trabalhados historicamente, em especial pelos gregos, e aplicar esse conhecimento para alunos do Ensino Fundamental.

Foi verificado o conhecimento prévio dos alunos quanto aos produtos notáveis trabalhados no Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da cidade de uma cidade de porte média do Estado de São Paulo. Depois foi realizada uma oficina com esses alunos sobre produtos notáveis utilizando a História da Matemática e a álgebra geométrica. Os alunos foram avaliados após a realização da oficina para verificar o conhecimento e interesse pelo conteúdo. Essa pesquisa será um estudo de caso, considerando uma pesquisa qualitativa.

O objetivo geral desta pesquisa foi o de apresentar produtos notáveis de maneira a abordar sua História e utilizando figuras geométricas, como os gregos trabalhavam.

Os objetivos específicos foram:

- Realizar e apresentar uma pesquisa histórica sobre os produtos notáveis, em especial do ponto de vista da Álgebra Geométrica dos Gregos.

- Verificar o conhecimento dos alunos sobre os produtos notáveis.

- Organizar atividades ou procedimentos de ensino que visassem promover a aprendizagem de produtos notáveis utilizando a História da Matemática, em especial, o método utilizado na Matemática grega.

- Aplicar essa atividade com alunos do Ensino Fundamental.

- verificar a opinião dos alunos os produtos notáveis após desenvolvimento de uma atividade planejada.

Esse trabalho pode auxiliar os alunos participantes da oficina a realizarem uma revisão dos produtos notáveis, conhecerem sua história e como eram trabalhados pelos gregos.

2. UMA VISÃO HISTÓRICA DOS PRODUTOS NOTÁVEIS

2.1. A ÁLGEBRA NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A álgebra consiste em um dos estudos mais abrangentes da Matemática, a busca pela solução de situações problemas envolvendo valores desconhecidos data dos séculos anteriores ao nascimento de Cristo. Diofante é considerado o pai da álgebra, pois foi ele quem introduziu os primeiros símbolos na Matemática. Mas a álgebra era quase que totalmente escrita, chamada de álgebra retórica, como a álgebra do Egito e a da Babilônia. Durante o período da antiguidade até o Renascimento, a notação algébrica foi lentamente introduzindo novos símbolos, juntamente com a linguagem escrita. Chamamos de álgebra sincopada. Somente após o Renascimento é que houve um desenvolvimento maior da álgebra que conhecemos hoje, com os símbolos, chamada de álgebra simbólica (EVES, 1995).

A álgebra surgiu no Egito quase ao mesmo tempo em que na Babilônia; mas faltava na álgebra egípcia os métodos sofisticados da álgebra Babilônia, bem como a variedade de equações resolvidas, a julgar pelo papiro Moscou e o papiro Rhind-documentos egípcios que datam de cerca de 1850 a.C. e 1650 a.C., respectivamente, mas refletem métodos matemáticos de um período anterior. Para equações lineares, os egípcios usavam um método de resolução consistindo em uma estimativa inicial seguida de uma correção final – um método ao qual os europeus posteriormente deram o nome um tanto abstruso de “regra de falsa posição”. O sistema de numeração egípcio, relativamente primitivo em comparação com o dos babilônios, ajuda a explicar a falta de sofisticação da álgebra egípcia. Como veremos mais tarde 3, os matemáticos europeus do século XVI tiveram de estender a noção indo-arábico de número antes de poderem avançar significativamente além dos resultados babilônios de resolução de equações (BAUMGART, 1992).

2.2. EUCLIDES DE ALEXANDRIA

A morte de Alexandre, o Grande, levou a disputas entre os generais do exército grego; mas em 306 a.C. o controle da parte egípcia do império estava firmemente nas mãos de Ptolomeu I, e esse governante pode voltar a atenção para esforços construtivos. Entre seus primeiros atos está a criação em Alexandria de uma escola ou instituto conhecido como Museu, insuperado em seu tempo. Como professores ele chamou um grupo de sábios de primeira linha, entre eles o autor do texto de Matemática mais bem sucedido de todos os tempos - Os elementos (Stoichia) de Euclides. Considerando a fama do autor e de seu best seller, sabe-se notavelmente pouco sobre a vida de Euclides. Tão obscura ficou sua vida que nenhum lugar de nascimento é associado a seu nome. Embora edições de Os elementos frequentemente identificassem o autor como Euclides de Megara, e um retrato dele frequentemente apareçam em Histórias da Matemática, trata-se de um erro de identidade. O verdadeiro Euclides de Megara era discípulo de Sócrates e, embora se preocupasse com lógica, não se sentia mais atraído pela Matemática que seu mestre. Nosso Euclides, em contraste, é conhecido como Euclides de Alexandria, porque foi chamado para lá ensinar Matemática. Da natureza de seu trabalho pode-se presumir que tivesse estudado com discípulo de Platão, se não na própria academia. Lendas associadas com Euclides o pintam como um bondoso velho. A estória contada acima em relação a Alexandre, o Grande, que desejava uma introdução fácil à geometria é repetida no caso de Ptolomeu, a quem se diz que Euclides garantiu que “não há uma estrada real para a geometria”. Evidentemente Euclides não dava ênfase aos aspectos práticos do assunto, pois há uma estória contada sobre ele que diz que quando um estudante perguntou para que servia o estudo da geometria, Euclides disse a seu escravo que desse três moedas ao estudante, “pois ele precisa ter lucro com o que aprende” (BOYER, 1974).

Ptolomeu uma vez perguntou a Euclides se havia um caminho mais curto, para a geometria, que o estudo de Os elementos, e Euclides lhe respondeu que não havia estrada real para a geometria.

O livro II de Os Elementos é curto, contendo apenas quatorze preposições, nenhuma das quais desempenha qualquer papel em textos modernos; mas nos dias de Euclides esse livro tinha grande significado. É fácil explicar essa discrepância – hoje temos álgebra simbólica e trigonometria, que substituíram os equivalentes geométricos da Grécia. Por exemplo, a proposição II. 1 diz que se são dadas duas retas, e uma é cortada em um número qualquer de segmentos, o retângulo contido pelas duas é igual aos retângulos contidos pela reta não cortada e cada um dos segmentos. Esse teorema que diz que AD (AP+PR+RB) = AD*AP+AD*PR+AD*RB, não é nada mais que um enunciado geométrico de uma das leis fundamentais da aritmética, conhecida hoje como lei distributiva: a (b+c+d) = ab+ac+ad. Mais adiante em Os elementos (V e VII) achamos demonstrações das leis comutativas e associativas da multiplicação. Ao passo que em nosso tempo as grandezas são representadas por letras que se entende representarem números, conhecidos ou não, sobre os quais operamos com as regras algorítmicas da álgebra, nos dias de Euclides as grandezas eram representadas como segmentos de reta, satisfazendo aos axiomas e teoremas da geometria. Diz-se às vezes que os gregos não possuíam uma álgebra, mas isto é evidentemente falso. Tinham o livro II de Os elementos, que é uma álgebra geométrica servindo aos mesmos fins que nossa álgebra simbólica. Não há dúvida que a álgebra moderna facilita grandemente a manipulação de relações entre grandezas. Mas também é verdade que um geômetra grego conhecendo os quatorzes teoremas da “álgebra” de Euclides era muito mais capaz de aplicar esses teoremas a questões práticas de mensuração do que um geômetra experimentado de hoje. A álgebra geométrica antiga não era um instrumento ideal, mas era eficaz. A afirmação de Euclides (proposição 4), “se uma reta é cortada ao acaso, o quadrado sobre o todo é igual aos quadrados sobre os segmentos e duas vezes o retângulo contido pelos segmentos” é uma maneira prolixa de dizer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, mas seu apelo visual para um escolar de Alexandria deve ter sido muito mais vivido do que seu equivalente algébrico pode ser. É verdade que a prova ocupa página e meia de Os elementos; mas quantos escolares de hoje seriam capazes de dar uma prova cuidadosa da regra que usam tão livremente? O mesmo vale para Os elementos II. 5, que contém o que consideraríamos um circunlóquio pouco prático para $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ (STRUIK, 1992).

2.3. A ÁLGEBRA GEOMÉTRICA GREGA

A Álgebra de Euclides era bem diferente da que usamos hoje. Atualmente, falamos de álgebra quando as quantidades desconhecidas são representadas por letras, Euclides representava as quantidades desconhecidas por segmentos de reta, quadrados, retângulos, triângulos, enfim figuras geométricas (GUELLI, 1998).

Por exemplo, um número elevado ao quadrado era representado por um quadrado e sua área, assim como um número elevado ao cubo era representado pelo volume do cubo.

$a^2 = a \cdot a$ = área do quadrado de lado a

Um produto de dois binômios $(a + b).(a + b) = (a + b)^2$, por exemplo, era representado por somas de áreas.

Assim,

$$(a + b)^2 = (a + b).(a + b) = a^2 + 2. ab + b^2$$

Significa que a área do quadrado de lado (a + b) é igual a soma das seguintes áreas: do quadrado de lado a, dos dois retângulos de lados a e b e do quadrado de lado b.

2.4. PRODUTOS NOTÁVEIS

Produtos notáveis são produtos de expressões algébricas (binômios em especial) que são muito utilizados na Matemática por facilitam extraordinariamente as simplificações de expressões algébricas (binômios são somas com duas parcelas, por exemplo, a + b). CARDOSO (2007, pp 353-354) descreve alguns:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow$ quadrado da soma de dois termos

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow$ quadrado da diferença de dois termos

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \rightarrow$ cubo da soma de dois termos

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \rightarrow$ cubo da diferença de dois termos

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \rightarrow$ diferença de dois quadrados

$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \rightarrow$ soma de dois quadrados

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \rightarrow$ soma de dois cubos

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \rightarrow$ diferença de dois cubos

Neste trabalho de pesquisa, devido ao tempo determinado para a realização da oficina com os alunos, foi focalizado dois produtos notáveis, os mais utilizados: o quadrado da soma de dois termos e o quadrado da diferença de dois termos, ou seja:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2.5. SOMANDO AS ÁREAS

2.5.1. QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Na Figura 1 há dois quadrados e dois retângulos. Podemos levantar as seguintes questões:

1. Qual é a área de cada quadrado? Resposta: um tem área igual a a^2 e o outro tem área igual a b^2

2. Qual é a área de cada retângulo? Resposta: os dois tem áreas iguais a ab.

Os quadrados e os retângulos são partes de um quadrado maior.

1. Qual é a medida dos lados desse quadrado? Resposta: a + b

2. Qual é a área desse quadrado? Resposta: a área deste quadrado maior é igual a $(a+b)^2$

A área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores e dos retângulos.

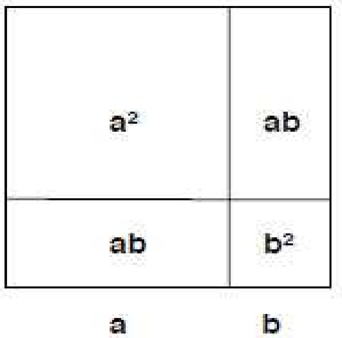


Figura 1: Quadrado da soma de dois termos

Assim, o quadrado da soma de dois termos será achado fazendo a comparação da área maior com a soma das áreas menores, chegando à expressão algébrica:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Portanto:

(1º termo a + 2º termo b)^2 = $(a + b)^2$ = quadrado do 1º termo (a^2) + duas vezes o produto dos termos (2ab) + o quadrado do 2º termo (b^2)

Podemos explicar esse produto notável em palavras:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

2.5.2. QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

Seguindo o mesmo processo realizado para o quadrado da soma de dois termos, podemos realizar o quadrado da diferença de dois termos utilizando a geometria.

Na Figura 2 há dois quadrados e dois retângulos. Podemos levantar as seguintes questões:

1. Qual é a área de cada quadrado? Resposta: um tem área igual a $(a – b)^2$ e o outro tem área igual a b^2

2. Qual é a área de cada retângulo? Resposta: os dois tem áreas iguais a $b.(a – b)$.

Os quadrados e os retângulos são partes de um quadrado maior.

1. Qual é a medida dos lados desse quadrado? Resposta: a

2. Qual é a área desse quadrado? Resposta: a área deste quadrado maior é igual a^2

A área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos quadrados menores e dos retângulos.

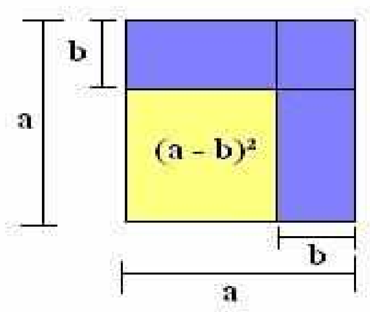


Figura 2: Quadrado da diferença de dois termos

O quadrado da diferença de dois termos, a e b será achada fazendo a comparação da área maior com a soma das áreas menores:

$a^2 = (a - b)^2 + 2. (a – b). b + b^2$

Desenvolvendo algebricamente teremos:

$a^2 = (a – b)^2 + 2.a.b – 2.b^2 + b^2$.

Logo: $(a – b)^2 = a^2 – 2.a.b^2 + b^2$.

Portanto, podemos explicar também que esse resultado é um produto notável e implica que o quadrado da diferença entre dois termos é igual ao quadrado do primeiro, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

2.5.3. ALGUNS EXEMPLOS:

Quadrado da soma de dois termos:

1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

2) $(2x+y) = (2x)^2 + 2. 2x. y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

3) $(a^2+7)^2 = (a^2)^2 + 2. a^2. 7 + 7^2 = a^2 +14a^2 +49$

Quadrado da diferença de dois termos:

1) $(x-y)^2 = x^2 - 2. x. y + y^2$

2) $(2xy – ab)^2 = (2xy)^2 - 2.\ 2xy\ .\ ab + (ab)^2 = 4x^2y^2 - 4xyab + a^2b^2$

3) $(a2 – 6) = (a^2)^2 - 2.\ a^2.\ 6 + 6^2 = a^4 -12a^2 + 36$

3. A PESQUISA

Essa pesquisa qualitativa aborda um estudo de caso com alunos do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, sobre produtos notáveis.

Foram aplicados questionários pré-teste (Apêndice A e Apêndice B) com perguntas objetivas e dissertativas a fim de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre produtos notáveis e sua história. Após a realização de uma oficina sobre esse tema, os alunos foram questionados novamente sobre este assunto e sobre a opinião deles em relação ao que aprenderam (Apêndice C).

Foi realizada uma pesquisa teórica, realizada por meio de livros, apostilas disponibilizadas para a Rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo, revistas e material disponibilizado pela internet.

3.1. OS PROCEDIMENTOS

Iniciamos o desenvolvimento do trabalho prático com um pré-teste (Apêndice A e Apêndice B) para avaliar o conhecimento dos alunos do 9º ano em relação aos produtos notáveis.

O pré-teste constou de duas etapas: pré-teste 1 (Apêndice A) e pré-teste 2 (Apêndice B),

Na primeira etapa (Apêndice A) pedimos aos alunos que desenvolvessem alguns produtos notáveis.

No pré-teste 2 (Apêndice B), os alunos tiveram que responder algumas perguntas objetivas sobre o conhecimento de alguns produtos notáveis e como eles foram apresentados durante as aulas de matemática.

No pré-teste 1 (Apêndice A), foi pedido aos alunos que desenvolvessem algebricamente alguns produtos notáveis e verificado o número de acertos. Somente foram solicitados os dois produtos selecionados para essa pesquisa (quadrado da soma e quadrado da diferença dos binômios). Esses alunos já haviam estudado no ensino regular esse conteúdo na disciplina Matemática.

Logo após a realização do pré-teste 1 (Apêndice A), foi realizado o pré-teste 2 (Apêndice B) no qual foi perguntado sobre o conhecimento dos alunos à respeito dos produtos notáveis e sobre a opinião deles sobre seu aprendizado.

Após a aplicação do pré-teste 1 (Apêndice A) e pré-teste 2 (Apêndice B), foi apresentada aos alunos um pouco da história dos produtos notáveis, utilizando recurso audiovisual (projetor multimídia).

Passamos, então, para a realização da oficina instrumentalizada com exemplos geométricos utilizando cartolina, e aparelho audiovisual para melhor compreensão dos alunos.

As cartolinas foram recortadas conforme a Figura 1 (Quadrado da soma de dois termos) e a Figura 2 (Quadrado da diferença de dois termos), como constam nas páginas 17 e 18 respectivamente deste trabalho. As áreas foram comparadas a fim de se chegar ao desenvolvimento dos produtos notáveis.

Após o manuseio do material concreto de cartolina, foi realizada uma formalização das operações algébricas, utilizando o recurso multimídia e a lousa.

Foram apresentados alguns exemplos envolvendo valores numéricos e também alguns símbolos algébricos.

Após a realização da oficina, foi aplicado o pós-teste (Apêndice C) para avaliar conhecimentos adquiridos pelos alunos.

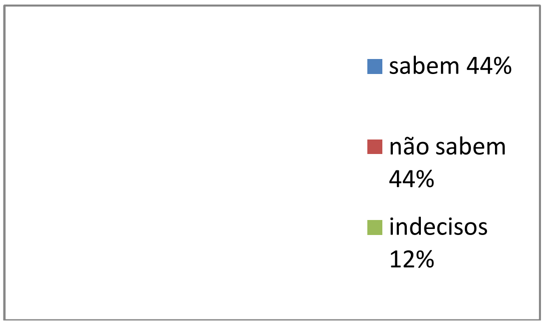
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram avaliados 25 alunos do 9º ano de uma Escola Pública Estadual de uma cidade de médio porte do Estado de São Paulo.

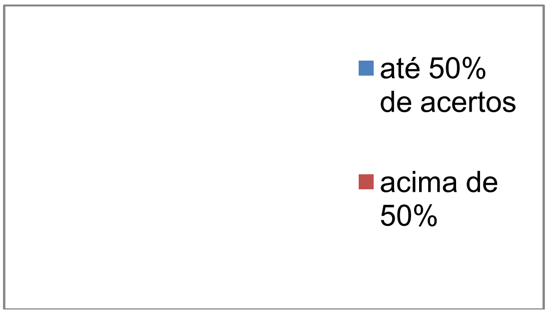
Dos alunos avaliados 44% já tinham conhecimento do conteúdo dado, 44% responderam que não conheciam nenhum produto notável e 12% ficaram indecisos.

Dos 44% que afirmaram conhecimento do assunto, 20% acertaram todas as questões

Alguns resultados dos pré-testes 1 e 2 são mostrados a seguir:



em os produtos



pré-teste 1

Após esta avaliação os alunos mostraram grande interesse durante a oficina realizada. Pude comprovar o interesse e a melhora dos alunos sobre o assunto, depois de ter aplicado um pós-teste.

No pós-teste, 36% dos alunos acertaram tudo, 40% acertaram no mínimo metade das questões e o restante dos alunos, que representa 24% do total, acertaram abaixo da metade. A Figura 5 mostra esses resultados do pós-teste:

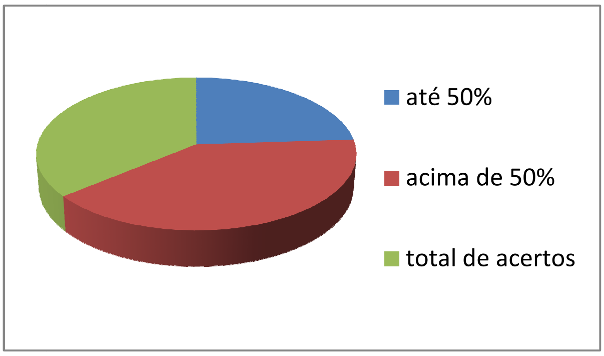


Figura 5: Resultado do pós-teste

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando apliquei a oficina que é parte deste trabalho de conclusão de curso em uma escola pública fui surpreendido, pois uma boa parte dos alunos já tinha conhecimento sobre o tema abordado.

Meu trabalho teve grande aceitação por parte dos alunos. Estes se mostraram entusiasmados e participaram ativamente da oficina.

A equipe escolar contribuiu muito, não tive problemas em aplicar a oficina e os questionários. Todos responderam ao questionário e ao teste de conhecimentos para que minha avaliação fosse completa.

Os resultados apontaram que houve um maior aprendizado de produtos notáveis pelos alunos, o que pode indicar que a utilização da História da Matemática e a geometria pode auxiliar na aprendizagem desse conteúdo e motivar o aluno.

Os resultados obtidos foram muito importantes para desenvolver novos projetos, construindo uma ponte entre a álgebra e a geometria, o aluno e a matemática.

6. REFERÊNCIAS

BAUMGART, JOHN K. História da Álgebra, São Paulo: Editora Atual, 1992.

BOYER, CARL B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

CARDOSO, LUIS FERNADES. Dicionário de Matemática. Porto Alegre: L&PM, 2007, pp. 353 e 354.

EVES, HOWARD. Introdução à História da Matemática. Campinas: Ed. Da UNICAMP, 1995.

GUELLI, OSCAR. Contando a História da Matemática - Equação: o idioma de álgebra. São Paulo: Editora Atual, 1998.

STRUIK, DIRK J.. História Concisa das Matemáticas. Lisboa: Gradiva., 1992.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Produtos notáveis – Pré-teste 1

1) Desenvolva os produtos notáveis:

   a. $(a + b)^2 =$

   b. $(a - b)^2 =$

   c. $(a + b).(a - b) =$

   d. $(x + 2)^2 =$

   e. $(x - 3)^2 =$

   f. $(x + 1) . (x – 1) =$

APÊNDICE B

Produtos notáveis – Pré-teste 2

1) Você conhece algum produto notável usado na matemática?

( ) SIM ( ) NÃO ( ) NÃO, nunca ouvi falar.

2) Se você respondeu sim, assinale todos os que conhece:

( ) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

( ) $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$

( ) $(a + b).(a – b) = a^2 – b^2$

( ) Outros que conheço:

____

____

3) Se você já conhece algum produto notável, você achou:

( ) difícil de aprender.

( ) nem difícil nem fácil de aprender.

( ) fácil de aprender.

4) Se você já viu produtos notáveis na escola, como foi apresentado:

( ) Conhecendo primeiro as fórmulas e depois usando exemplos com números, sem usa a geometria.

( ) Usando exemplos com números para depois usar as fórmulas, sem usar a geometria.

( ) Usando primeiro figuras geométricas para depois usar exemplos numéricos e chegar nas fórmulas.

APÊNDICE C

Produtos notáveis – Pós - teste

1)Desenvolva os produtos notáveis:

a) $(a + b)^2 =$

b) $(a - b)^2 =$

c) $(a + b). (a - b) =$

d) $(x + 2)^2 =$

e) $(x - 3)^2 =$

f) $(x + 1) . (x – 1) =$

2) O que você achou de aprender produtos notáveis usando a geometria?