Fundação Educacional do Município de Assis
Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis
Campus "José Santilli Sobrinho"

ALINE DE LIMA TRETTEL

A ORIGEM DOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS COMO FORMA DE ENSINO

Assis

2010

ALINE DE LIMA TRETTEL

A ORIGEM DOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS COMO FORMA DE ENSINO

Trabalho apresentado ao Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis, como requisito do Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Área de Concentração: Ciências Sociais e Aplicadas

Assis

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

TRETTEL, Aline de Lima

A origem dos símbolos matemáticos como forma de ensino / Aline de Lima Trettel. Fundação Educacional do Município de Assis – Assis, 2010.

43 p.

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis

1. História da Matemática. 2. Origem dos símbolos matemáticos.

CDD: 510

Biblioteca da FEMA

A ORIGEM DOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS COMO FORMA DE ENSINO

ALINE DE LIMA TRETTEL

Trabalho apresentado ao Instituto Municipal de Ensino Superior de Assis, como requisito do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, analisado pela seguinte comissão examinadora:

Orientadora: Sarah Rabelo de Souza

Analisador : Ébano Bortotti de Oliveira

Assis

2010

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a toda a minha família, que me ajudou a ser o que hoje sou. Aos meus amigos e a todos os que acreditaram em mim e me deram forças para chegar até aqui. E acima de tudo à Deus que me permitiu conhecer pessoas abençoadas e poder contribuir com a educação a partir deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

À professora Sarah Rabelo de Souza, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante o trabalho.

Aos amigos, Marcio, Kyara, Luiz Francisco e a todos que colaboraram direta ou indiretamente, na execução deste trabalho.

Aos familiares, Marli, Roberto, Leticia, Gustavo e Aurea.

A mente que se abre a uma nova ideia jamais volta ao seu tamanho original.

Albert Einstein

(1879 - 1955)

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo pesquisar a origem de símbolos matemáticos a fim de oferecer subsídio para professores poderem utilizar esse conhecimento em suas aulas de matemática, contribuindo para que o aprendizado desta disciplina pudesse ser mais significativo e interessante. Para tal, verificou-se o conhecimento do significado e da origem de símbolos matemáticos utilizados em livros didáticos e calculadoras científicas, por parte de alunos do Ensino Médio. A partir da análise destes dados foram construídos gráficos onde pode ser observado grande interesse dos alunos pelo método apresentado neste trabalho. Foi realizado um levantamento bibliográfico com o propósito de investigar as origens dos símbolos estudados até o Ensino Médio que aparecem na calculadora científica tradicional. No apêndice deste, encontra-se um material didático onde são apresentadas as história dos símbolos considerados para seu desenvolvimento. Este material pode ser utilizado por professores de matemática em suas aulas, e por qualquer pessoa que possa se interessar em conhecer a origem de tais símbolos. Este trabalho ainda pode ser complementado por meio da pesquisa e análise da história de outros símbolos matemáticos.

Palavras-chave: História da matemática; Símbolos.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the origin of mathematical symbols in order to provide subsidies for teachers can use this knowledge in their math classes, contributing to the learning of this discipline to be more meaningful and interesting. To this end, there was the knowledge of the meaning and origin of mathematical symbols used in textbooks and scientific calculators, by high school students. From the analysis of these data plots were constructed where it can be observed great interest of the students by the method presented in this paper. It was conducted a literature review with the aim to investigate the origins of symbols studied through high school that appear in traditional scientific calculator. In the appendix, there is a teaching material which shows the history of symbols considered for its development. This material may be used by mathematics teachers in their classes, and for anyone who might be interested in knowing the origin of such symbols. This work can still be complemented by researching and analysis of the history of other mathematical symbols.

Keywords: Mathematics History; Symbols.

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Inserida na área de Educação Matemática, esta pesquisa teve como objetivo investigar o conhecimento dos alunos do Ensino Médio quanto ao conhecimento do significado e da origem dos símbolos utilizados em livros didáticos e calculadoras científicas, realizando levantamento dos símbolos matemáticos, seus significados e sua origem histórica. Também foram aplicados questionários para alunos do Ensino Médio a fim de verificar seu conhecimento sobre a história destes símbolos e a importância deste conhecimento dentro do estudo da matemática na visão destes alunos.

Esse trabalho poderá ser utilizado por alunos do Ensino Médio, auxiliando na aprendizagem da matemática e no uso de calculadoras científicas. Além disso, poderá contribuir para a melhoria da aprendizagem da matemática, podendo ser utilizado por professores como instrumento para ilustrar e tornar as aulas mais interessantes.

É importante para os professores conhecer a origem destes símbolos para poder sanar dúvidas dos alunos sobre o assunto, e dessa forma introduzir de forma mais prazerosa o conteúdo a ser estudado. Segundo Eça de Queirós (1945, p.40):

“Para ensinar há uma formalidadezinha a cumprir – saber.”

Apesar de ainda se acreditar que a matemática é um acúmulo de fórmulas e algoritmos, ela pode e deve ser questionada e, quando isso acontece, o professor deve ter argumentos para abrir uma discussão sobre o assunto em sala de aula.

1.1 JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÕES

Para o professor de matemática, é interessante conhecer a origem dos símbolos matemáticos para a apresentação das operações matemáticas aos alunos e exigência das normas de grafia matemática na resolução de cálculos. Além de poder tirar dúvidas dos alunos sobre a origem de tais símbolos, pode também saná-las no que diz respeito ao funcionamento das calculadoras científicas e as funções nelas presentes.

Outra contribuição deste trabalho é facilitar a compreensão dos alunos do Ensino Médio sobre os símbolos e sua utilização dentro dos conteúdos matemáticos.

Em um dos plantões de dúvida ministrados por mim, um aluno perguntou o porquê do nome *seno* para a função trigonométrica estudada durante a aula, o que aumentou ainda mais meu interesse por este assunto, o qual sempre me chamou a atenção. Outro acontecimento que motivou o estudo deste assunto foi ouvir de outros professores que seria interessante estudar a origem dos símbolos, que quando ensinados a partir de sua origem tornam a aula mais atrativa e os alunos lembram-se de como e porquê utilizam as operações por eles representadas com mais facilidade. Além disso, alguns alunos apresentam dificuldade em compreender os conteúdos da matemática, enquanto tem facilidade em história, por exemplo. Desta forma, a matemática torna-se mais atrativa e começa a ter significado para eles.

Enfim, esse material poderá ser divulgado entre professores de matemática, para que seja utilizado em suas aulas, na apresentação de conteúdos, e até mesmo na formalização da escrita matemática, bem como para esclarecer dúvidas e curiosidades dos alunos sobre a forma com que os símbolos são utilizados em livros não traduzidos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Pesquisar a origem de símbolos matemáticos a fim de oferecer subsídio para professores poderem utilizar esse conhecimento em suas aulas de matemática, contribuindo para que o aprendizado desta disciplina possa ser mais significativo e interessante.

1.2.2 Objetivos Específicos

Verificar o grau de conhecimento de alunos do Ensino Médio quanto ao significado e origem de símbolos matemáticos utilizados em livros didáticos e calculadoras científicas.

Apresentar uma análise da origem dos símbolos matemáticos utilizados por alunos do Ensino Médio e presentes nas calculadoras científicas e em livros didáticos.

Elaborar um trabalho resumo destinado a professores de Matemática, com o objetivo de propiciar uma forma diferente de apresentação dos conteúdos de Matemática tratados no Ensino Médio.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho contém uma parte introdutória, revisão bibliográfica, história dos símbolos, comentário e análise do questionário aplicado para os alunos e considerações finais, seguido da imagem da calculadora científica em questão, no apêndice A, do questionário aplicado aos alunos no apêndice B, e do material didático no apêndice C. Este material didático poderá ser utilizado por professores de matemática, e até mesmo por alunos do Ensino Médio e Superior, para melhor compreensão da história dos símbolos matemáticos, desenvolvendo a interpretação de conteúdos matemáticos.

2. REVISÃO LITERÁRIA

Pode-se notar que alguns alunos do Ensino Médio tem curiosidade em saber a origem dos símbolos matemáticos por eles utilizados, e este conhecimento pode auxiliá-los na compreensão dos conteúdos vistos dentro e fora da sala de aula, e em sua forma de resolução. O fato de não terem sido apresentados à matemática de uma forma que possa levá-los à construção do conhecimento aumenta a dificuldade. Desta forma, quando um aluno demonstra algum tipo de curiosidade, o professor deve procurar meios de aproveitar-se desta manifestação para introduzir a matemática na vida de seus educandos. Segundo Brito (2001, p. 78, *apud* Lorí Viali), “o professor é constantemente solicitado a usar conceitos de maneira contextualizada, mas ele necessita, antes, estabelecer o significado da palavra ou símbolo quando usados de forma isolada”.

De acordo com Philippe Perrenoud (2000), o professor deve conhecer os conteúdos a serem ensinados e saber traduzir este conhecimento objetivando a aprendizagem; deve também trabalhar segundo as representações dos alunos, seus erros e obstáculos quando se trata da aprendizagem. Para atingir seus objetivos o docente precisa construir e planejar dispositivos e sequências didáticas, e envolver seus alunos em atividades de pesquisa e projetos de conhecimento.

A História da Matemática pode servir como forma de motivação para os alunos. O fato de muitos professores ainda trabalharem a matemática como educação bancária, como chamaria Paulo Freire em sua obra “Pedagogia do Oprimido” (1970, p.58), mantém o tabu de que a matemática é difícil. Segundo Beatriz S. D’Ambrósio (2008, p.4),

> O estudo da construção histórica do conhecimento matemático leva a uma maior compreensão da evolução do conceito, enfatizando as dificuldades epistemológicas inerentes ao conceito que está sendo trabalhado. Essas dificuldades históricas tem se revelado as mesmas muitas vezes apresentadas pelos alunos no processo de aprendizagem.

A calculadora também pode ser utilizada como instrumento motivador para as aulas. Em alguns conteúdos ela pode ser extremamente útil para que se possam analisar hipóteses e trabalhar conceitos como, por exemplo: logaritmos, funções trigonométricas, fatorial, potências com expoentes racionais, etc(apêndice A). No Ensino Superior, em áreas nas quais a matemática é uma ferramenta necessária, o uso da calculadora científica é fundamental e muitos alunos podem desconhecer as funções envolvidas e seus símbolos, mas, se trabalhadas no Ensino Médio, esta dificuldade diminui consideravelmente.

Alguns professores ainda acreditam que ensinam matemática porque será importante para os alunos no futuro, esta motivação já não é mais suficiente em uma educação como a brasileira onde grande parte da população que inicia os estudos do Ensino Fundamental, não chega a concluir o Ensino Médio, e o número de alunos que concluem o Ensino Superior ainda é absurdamente pequeno.

Além disso, na matemática, não são todos os conteúdos que apresentam alguma prática direta que possa ser apresentada aos alunos quando perguntam: “Para que usarei isto?” Realmente, nem tudo tem uma função se trabalhado separadamente. Em um vídeo apresentado no segundo encontro presencial da terceira fase do Concurso para Professor de Educação Básica II, em 13 de outubro de 2010, que ocorreu na Escola Estadual Dr. Clybas Pinto Ferraz, na cidade de Assis, um dos participantes da mesa redonda fez um comentário que chamou a atenção de muitos dos professores presentes, comparando a matemática com uma faca. Disse que a faca não é faca se for só lâmina, ela precisa de um cabo, mas o cabo sozinho não corta, e o cabo só se prende à faca se houverem parafusos, que sozinhos também não tem uma utilidade. Portanto, “não podemos aprender somente lâminas, é necessário aprender também cabos e parafusos”.

A curiosidade deve ser estimulada, pois inteligente não é aquele que repete com clareza as ideias de outra pessoa, mas sim aquele que tem e sabe expressar sua própria opinião, aquele que pensa o que ainda não foi pensado e só aprende a pensar quem é estimulado e valorizado por isso (KANITZ, 2004). Foi esta curiosidade, que por não ser reprimida, ou por alguns personagens de nossa história não permitirem que esta repressão influenciasse seus pensamentos, contribuiu com a evolução do nosso planeta, inclusive, é claro, da matemática.

No ano de 2000, Monica Karrer publicou no Boletim de Educação Matemática, juntamente com Sandra Magina, um artigo onde buscaram uma forma de introdução dos logaritmos utilizando-se da calculadora para que os alunos do 1º ano do Ensino Médio pudessem explorar melhor o conteúdo, constataram que:

> 1. As alunas apresentaram grandes dificuldades (ou pouco conhecimento) sobre os conteúdos de potência e função, considerados pré-requisitos para a formação do conceito de logaritmo;
>
> 2. havia ainda uma tendência à utilização do pensamento linear;
>
> 3. a abordagem através de situações-problema constituiu um fator motivador do processo, porém a interpretação e modelização matemática não eram tarefas simples para a dupla;
>
> 4. o conceito verbal foi, em todas as etapas da seqüência, superior ao escrito e a simbologia matemática representou um fator complicador do estudo;

> 5. no decorrer da aplicação, a calculadora que inicialmente foi vista como uma ferramenta desnecessária, passou a assumir o papel de facilitadora dos cálculos envolvidos.

Com base nestas informações pode-se afirmar que o conhecimento da simbologia matemática e o uso da calculadora científica trazem benefícios dentro da sala de aula.

Na visão de Santaló (1990, p.18 *apud* Juliana Rúbio),

> Outro tema essencial é a introdução o mais cedo possível da computação, não somente quanto ao cálculo, mas também quanto ao uso de calculadoras como computadores e fontes de informação. Isto significa que é preciso educar também no pensar informático, já que não é o mesmo atuar em um mundo sem computadores se no mundo atual, cheio de botões e teclado para apertar e telas para ver, é mais do que livros, catálogos ou formulários para ler.

Hoje em dia as calculadoras, principalmente as científicas, apresentam inúmeras funções representadas por símbolos matemáticos, nem sempre conhecidas pelos alunos. E a internet, por não ser trabalhada na escola, com o objetivo de mostrar aos alunos a utilidade desta ferramenta em suas vidas, acabam sendo utilizada por eles de maneira, muitas vezes, negativa.

3. HISTÓRIA DOS SÍMBOLOS

Os símbolos matemáticos nem sempre existiram e foram utilizados como hoje o são, estes símbolos sofreram muitas transformações com o passar dos anos, e um dos maiores contribuintes para a simbologia hoje utilizada foi Euler (1707 – 1783).

Nascido na Basiléia, o suíço Euler, tornou-se membro da Academia de São Petesburgo no ano de 1727, graças aos irmãos Bernoulli, a qual dignificou por quatorze anos, e logo após aceitou o convite de Frederico, o Grande para chefiar a seção de matemática da Universidade de Berlim. Cego desde 1735, Leonhard Euler morrera subitamente aos setenta e seis anos de idade sem nunca ter ocupado o cargo de professor. Euler contribuiu com as notações de funções (f(x)), base dos logaritmos naturais (e), somatória (Σ), e unidade imaginária (*i*), por exemplo.

Para Machado (1992), "os símbolos que constituem a linguagem matemática estão articulados diretamente com seus significados como ocorre na linguagem ideográfica". A compreensão da matemática leva a compreender que a matemática tem linguagem própria, como se falássemos, lêssemos e comunicássemo-nos em outra língua. No entanto não há um conjunto primário que forma a linguagem matemática como os fonemas da língua materna, assim como não há oralidade própria, mas somente a escrita. Dessa forma, o entendimento dos símbolos é essencial para a compreensão dos conceitos envolvidos, pois se o aluno entende a linguagem simbólica a disciplina fará sentido para ele, que deixa de resolver questões de forma mecânica. Segundo Lorí Viali, "o aluno precisa estar ciente do significado de cada símbolo e o que ele representa em cada situação". Pode-se utilizar a oralidade da língua materna para auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos, mas a utilização correta e a compreensão dos símbolos são essenciais para o aprendizado da matemática.

Baumgart (1992,p.12) justifica o início do simbolismo, em *História da Álgebra*:

> A álgebra que entrou na Europa (via *Líber abaci* de Fibonacci e traduções) havia regredido tanto em estilo como em conteúdo. O semi-simbolismo (sincopação) de Diofanto e Brahmagupta e suas realizações relativamente avançadas não estavam destinados a contribuir para uma eventual irrupção da álgebra.
>
> A renascença e o rápido florescimento da álgebra na Europa foram devidos aos seguintes fatores:
>
> 1. facilidade de manipular trabalhos numéricos através do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como o romano) que requeriam o uso do ábaco;

> 2. invenção da imprensa com tipo móvel (c. 1450), que acelerou a padronização do simbolismo mediante a melhoria das comunicações, baseada em ampla distribuição;
>
> 3. ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, facilitando o intercâmbio de ideias tanto quanto de bens.
>
> Cidades comercialmente fortes surgiram primeiro na Itália (1200-1300) e foi lá que o renascimento algébrico na Europa efetivamente teve início.

No entanto, o simbolismo algébrico sofreu muitas mudanças como pode ser observado na obra *Introdução à história da matemática*, de Howard Eves *(199*5, p.298), ao apresentar a obra *Suma*, de Luca Pacioli:

> A parte aritmética de *Suma* começa com algoritmos para as operações fundamentais e para a extração de raiz quadrada. A abordagem é bastante completa, contendo, por exemplo, nada menos que oito esquemas para se efetuar a multiplicação. A aritmética mercantil é focalizada extensamente e ilustrada com vários problemas; há um tratamento relevante da escrituração mercantil de partidas dobradas. A regra de falsa posição é discutida e aplicada. Apesar dos muitos erros numéricos, a parte aritmética do trabalho tornou-se o padrão para as práticas da época. A álgebra de *Suma* chega até à equações quadráticas e contém muitos problemas que levam a essas equações. A álgebra é sincopada, com o uso de abreviações como *p* (de *piu*, "mais") para indicar a adição, *m* (de *meno*, "menos") para indicar a subtração, *co* (de *cosa*, "coisa") para a incógnita, *ce* (de *censo*) para x^2, *cu* (de *cuba*) para x^3 e *cece* (de *censo-censo*) para x^4 . A igualdade às vezes é indicada por *ae* (de *aequalis*). Frequentemente se usam barras para indicar abreviações, como em *Suma* para *Summa*. De geometria o trabalho contém pouco que interesse. Como na obra de Regiomontanus, usa-se a álgebra na resolução de problemas geométricos. Depois da *Suma* a álgebra, que por dois séculos fora negligenciada, experimentou um crescimento intenso na Itália, progredindo também na Alemanha, na Inglaterra e na França.

Dentre estas modificações muitos matemáticos utilizavam-se de diferentes símbolos com um mesmo significado, como citado a seguir por Boyer (1906, p.326):

> O uso definitivo da letra π para a razão da circunferência para o diâmetro num círculo também é em grande parte devido a Euler, embora uma

> ocorrência anterior se encontre em 1706, um ano antes do nascimento de Euler – na *Synopsis palmariorum Matheses, or A New Introduction to the Mathematics* por William Jones (1675-1749). Foi a adoção do símbolo π por Euler em 1737, e mais tarde em seus muitos e populares livros de texto, que o tornou largamente conhecido e usado. O símbolo *i* para √-1 é outra notação usada primeiro por Euler. Embora nesse caso a adoção viesse quase no fim de sua vida, em 1777. Provavelmente esse uso veio tão tarde porque em suas primeiras obras ele usaria *i* para representar um "número infinito", mais ou menos como Wallis usaria ∞. Assim Euler escrevia $e^x = \left(1+\frac{x}{i}\right)^i$ onde escreveríamos $e^x = \lim_{h\to\infty}\left(1+\frac{x}{h}\right)^h$.

Os símbolos foram convencionados após o aparecimento de várias sugestões, como, por exemplo, o símbolo para fatorial (!). Em 1827, o Rev. Thomas Jarret sugeriu a utilização do símbolo $\underline{|n}$. Em *The history of Mathematical Notations* de Florian Cajori (1928, p.75), encontra-se:

> Nos Estados Unidos $\underline{|n}$ foi provavelmente introduzido por textos de Todhunter. No primeiro volume (1874) do Analista J.E. Hendricks (Des Moines, Iowa), ambas as notações $\underline{|n}$ e n! são usadas por diferentes escritores. A última notação, embora mais simples, foi menos utilizada em textos elementares deste país do que a primeira.

Como se pode observar, os símbolos sofreram várias modificações e não foram facilmente aceitos.

Entre os séculos V e XIV, aproximadamente, as ideias matemáticas eram expressas por meio de expressões em latim, e não por símbolos. Estes passaram a ser fator significativo por volta dos séculos dezesseis e dezessete. Não há dúvidas de que este fator simplificou a comunicação, e tornou possível a construção de calculadoras com várias funções em tamanho reduzido[1].

A partir o século XV, o símbolo “%”, que representa porcentagem, passou a ser utilizado, em problemas de negócio, como a informática, o lucro e a perda de interesse, e os impostos. Segundo Contador (2008, p.134):

> Foi a partir do século XV que este simbolo passou a ser utilizado em operações comerciais para o cálculo de juros, impostos, lucros, etc. Mas foi o imperador romano Augusto quem, muito antes, criou o imposto sobre todas as mercadorias vendidas, o valor deste imposto era $\frac{1}{100}$, (além é claro dos já existentes $\frac{1}{20}$ e $\frac{1}{25}$) sobre compra e venda de escravos respectivamente. Note que todas as frações com facilidade eram redutíveis a centésimos. Durante o século XV o número 100 tornou-se a base para cálculos de percentuais, encontram-se em documentos dessa época expressões como *20 p 100* para vinte por cento, *x p cento* para dez por cento e *VI p C 0* para seis por cento, depois firmaram-se os cálculos comerciais na sociedade, mas o símbolo atual % pode ter sua origem ligada a um manuscrito italiano anônimo, datado de 1425, onde o autor escreveu , depois em 1650 aparece a escrita *per*$\frac{o}{o}$ no lugar do símbolo  mais tarde o *per* foi suprimido restando apenas $\frac{o}{o}$ e daí, com o tempo, passou-se a escrever %.

Considerando o desenvolvimento da álgebra e as modificações ocorridas com o passar dos séculos, não é difícil compreender e aceitar que ainda hoje existam algumas diferenças entre as notações, como cita Baumgart (1992, p.3):

> O desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios: o *retórico* (ou verbal), o *sincopado* (no qual eram usadas abreviações de palavras) e o *simbólico*. No último estágio a notação passou por várias modificações e mudanças, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton (c. 1700). É interessante notar que, mesmo hoje, não há total uniformidade no uso de símbolos. Por exemplo, os americanos escrevem “3.1416” como aproximação de π, e muitos europeus escrevem “3,1416”. O símbolo “ $\doteq$ ”é usado às vezes para “aproxima-se de um limite” e às vezes

[1] http://educar.sc.usp.br/matematica/m2l1.htm

> para “é aproximadamente igual a”. Em alguns países europeus “÷” significa “menos”.

O fato de existirem ainda algumas diferenças causa confusão quando, ao ingressarem no Ensino Superior, os alunos pesquisam livros estrangeiros, ou utilizam calculadoras científicas, as quais apresentam funções traduzidas para a língua inglesa. Apesar de toda a confusão ainda existente, depois da invenção da imprensa, por volta de 1438, os símbolos começaram a se universalizar, por não haverem tantos erros quanto quando os escribas copiavam os livros, e no entendimento das obras a serem traduzidas.

Apesar de existirem histórias sobre a invenção dos símbolos não é fácil saber precisamente quem, quando, e muito menos como foram inventados os símbolos por nós utilizados. Baumgart (1992, p.13) diz:

> Saber quem inventou um determinado símbolo é uma questão que exige pesquisa minuciosa. Muitas vezes é impossível se chegar a uma conclusão segura. Dois símbolos e seus inventores serão mencionados de passagem:
>
> 1. O sinal == introduzido por Robert Recorde no seu *The Whetstone of witte* (1557).
>
> (Ele usava este símbolo por entender que não havia coisas tão iguais quanto duas retas paralelas.)
>
> 2. O símbolo √, possivelmente uma alteração de *r* de *radix* (raiz) introduzido por Christoff Rudolff em seu livro de álgebra *Die coss*.

Também, segundo Ifrah (1998, p.138):

> Na Idade Média, o sinal “—“ foi expresso durante muito tempo pala palavra *minus* (“menos”) e o signo “+” por *piu* (“mais”). Depois, estas palavras foram substituídas pelas letras “m” e “p”, coroadas pelo signo “~”, antes de se chegar universalmente aos sinais bastante conhecidos, inicialmente usados em 1489 pelo alemão Richard Widmann. O sinal “=” foi inventado pelo inglês Robert Recorde em 1557; os sinais “<” e “>”, da desigualdade, por Thomas Harriot em 1631; e o sinal “×” por Willian Oughtred no início do

> século XVII. A notação "√ " para designar a raiz quadrada (e que deriva da letra "R"), foi introduzida em 1525 por Christoph Rudolff...

Muitos foram os matemáticos que contribuíram com a evolução dos símbolos. Alguns contribuíram mais que outros, como Howard Eves cita em "Introdução à história da matemática":

> Em seus escritos Oughtred deu ênfase aos símbolos matemáticos, contribuindo com mais de 150 deles. Entre todos, somente três chegaram aos nossos tempos: o de multiplicação (×), os quatro pontos (::) das proporções e o de diferença (~), ainda usado. O símbolo de multiplicação de Oughtred não foi, porém, adotado imediatamente pois, como objetava Leibniz, assemelhava-se muito com o x. Embora Oughtred tivesse tido ocasião de usar o ponto (.) para a multiplicação, esse símbolo não foi usado predominantemente até Leibniz adotá-lo. Leibniz também usava o símbolo (∩) para a multiplicação, símbolo esse usado hoje para indicar a intersecção na teoria dos conjuntos. O símbolo anglo-americano (÷) da divisão também é do século XVII, tendo aparecido impresso pela primeira vez em 1659 numa álgebra do suíço Johann Heinrich Rahn (1622-1676). Tal símbolo tornou-se conhecido na Inglaterra alguns anos mais tarde quando esse trabalho foi traduzido.

E também diz que,

> O primeiro registro dos símbolos + e – ocorreu numa aritmética de autoria de Johann Widman (nascido c. 1460 na Boêmia), publicada em Leipzig no ano de 1489. No caso, esses símbolos eram usados meramente para indicar excesso e deficiência e não com os significados operacionais de hoje. É bastante provável que o primeiro desses sinais seja uma contração da palavra latina *et*, que era usada frequentemente para indicar adição; e é possível que o segundo desses sinais decorra da abreviação $\bar{m}$ para menos. Já se deram outras explicações possíveis. Em 1514, o matemático holandês Vander Hoecke usou + e – como símbolos de operações algébricas, mas é provável que eles já tivessem sido usados antes com o mesmo significado.

A simbologia passa a fazer sentido a partir do momento em que é compreendida, esta tem o objetivo de comunicar ideias de forma mais simples, que sejam compreendidas mais rapidamente do que as palavras. Contudo, não se deve exagerar na simbologia, fato que pode complicar o entendimento da ideia, ao invés de facilitá-lo. Além disso, os símbolos na matemática, assim como as palavras no português, dependem do contexto em que estão inseridos. Em um trabalho realizado pelo Centro de Matemática do Reino Unido[2] sobre a linguagem matemática pode-se encontrar a seguinte informação:

> A matemática tem sua própria linguagem, grande parte dela já nos é familiar. Por exemplo, os algarismos
>
> 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
>
> São parte do nosso dia-a-dia. Se nos referimos ao 0 como “zero”, “nada”, ou “O”, como em um número de telefone[3], nós entendemos o significado.
>
> Existem muitos símbolos na matemática e a maioria é usada como forma **precisa** de taquigrafia.
>
> Precisamos ter a certeza de quando utilizar estes símbolos, e para garantir esta confiança precisamos entender seu significado. E para entender estes significados precisamos de duas coisas para nos ajudar:
>
> **Contexto –** este é o contexto no qual estamos trabalhando, ou o tópico específico que está sendo estudado, e
>
> **Convenção** – onde os matemáticos e cientistas decidem que um símbolo específico terá seu próprio significado.

De acordo com Imenes e Lellis (1998, *apud* Lorí Viali), “os símbolos são sinais gráficos que representam uma ideia matemática”. Para que o aluno compreenda a matemática, não é suficiente conhecer os símbolos e suas origens. Comparando-se com a música, a notação matemática não é a matemática propriamente dita, assim como uma notação musical, não é a própria música. Para que se entenda uma partitura musical é preciso estudar música, assim como para aprender a ler matemática é necessário que se estude matemática.

---

[2] Criado com o intuito de fornecer materiais de apoio matemático, gratuitamente, aos estudantes, professores e toda a gente à procura de ajuda matemática.

[3] Em inglês, ao dizer o número de um telefone, o número zero é dito como a letra “O”.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa se deu em parte bibliográfica e em parte investigativa.

A pesquisa teórica foi realizada por meio de livros (em geral, didáticos, paradidáticos), revistas e material disponibilizado pela internet. Foi uma pesquisa sobre os símbolos matemáticos, seus significados e suas origens históricas.

Foi aplicado um questionário, com perguntas objetivas, para alunos do Ensino Médio para investigar seu conhecimento sobre os símbolos matemáticos e suas origens, e sobre a importância deste estudo na aprendizagem da matemática.

O questionário (apêndice B) foi aplicado a 20 alunos do 3º ano do Ensino Médio do Centro Paula Souza, ETEC Pedro D'Arcádia Neto.

5. RESULTADOS

O questionário aplicado para os alunos (apêndice B) teve como objetivo analisar o conhecimento destes quanto à história dos símbolos matemáticos estudados neste trabalho e ainda investigar o interesse e a importância deste estudo por parte dos alunos.

A partir da análise dos questionários pode ser construído o seguinte gráfico:

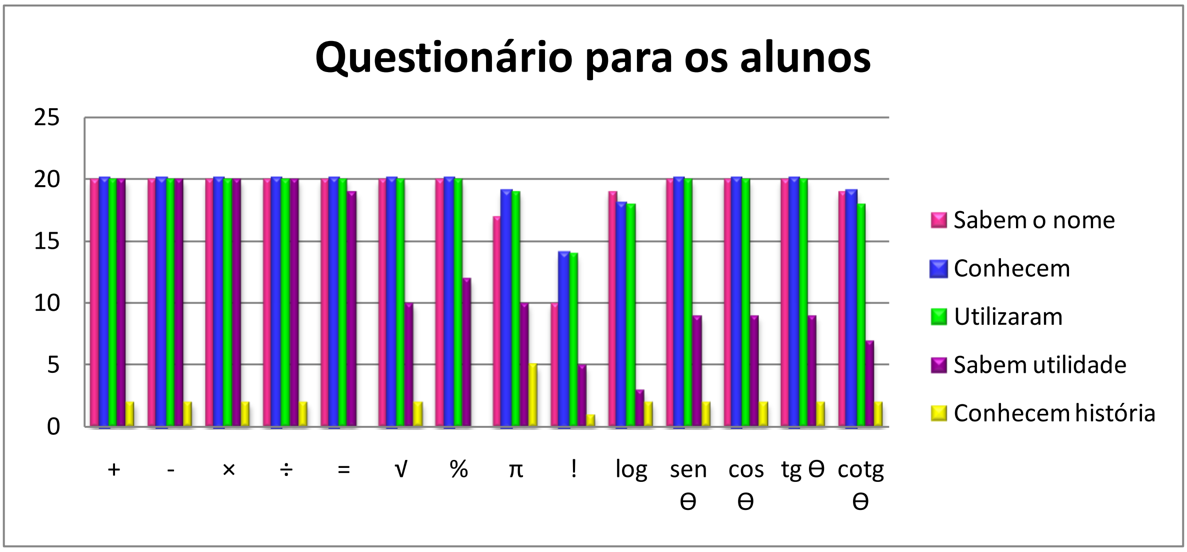


Gráfico 1 - Questionário para os alunos

Analisando o gráfico é possível observar que a maioria dos símbolos é conhecida pelos alunos. No entanto, é preciso lembrar que a amostra analisada foi de alunos do 3º ano do Ensino Médio no mês de outubro, logo, eles já foram apresentados a todos estes símbolos, e mesmo assim, o número de alunos que se lembra do símbolo de fatorial, é muito pequeno. E é menor ainda o número de alunos que se lembra do nome do símbolo analisado.

No 3º bimestre, os alunos do 3º ano do Ensino Médio já utilizaram todos os símbolos sobre os quais foram interrogados, mas nem todos se lembraram de ter estudado os símbolos de *pi* (π), fatorial (!), logaritmo (log), e co-tangente (cotgΘ).

Quando questionados quanto à utilidade destes símbolos, pode-se perceber que os alunos conhecem bem a utilidade dos símbolos mais tradicionais, que já são apresentados nos primeiros anos do Ensino Fundamental, mas quanto aos símbolos utilizados nos últimos anos do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, são poucos os alunos que sabem.

Agora, quando foram interrogados quanto à história dos símbolos, percebe-se que praticamente todos os alunos desconhecem-nas. Porém, grande parte acha que seria interessante conhecê-las, e que este conhecimento poderia ajudá-los na compreensão das operações em que estes símbolos são utilizados, como pode ser observado no gráfico gerado por meio do questionário.

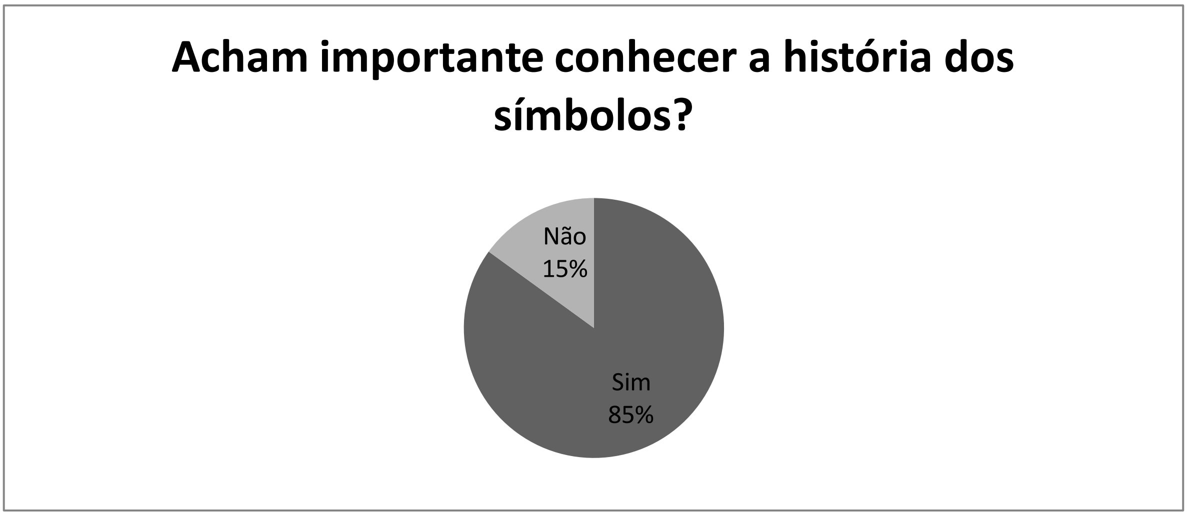


Gráfico 2 - Importância da História dos Símbolos para os alunos

Por meio da análise deste gráfico, é possível notar que dos 20 (vinte) alunos questionados, apenas 3 (três) acham que não é importante ou interessante conhecer a história dos símbolos, ou seja, acreditam que não mudaria a compreensão da disciplina.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma vez aplicado o instrumento de coleta de dados, processados os mesmos e obtida a informação que disso se gerou conjuntamente com as respectivas análises, obtiveram-se resultados que permitiram ao pesquisador apresentar o seguinte conjunto de conclusões:

- os alunos do Ensino Médio conhecem bem os significados dos símbolos mais comuns, bem como seu nome e utilidade, no entanto, alguns apresentam maior dificuldade em compreender os símbolos utilizados a partir dos anos finais do Ensino

Fundamental. Se estes símbolos forem apresentados também com base histórica, devido ao interesse destes pelo metódo, talvez esta compreensão se desse de forma mais abrangente, não sendo esquecida com tanta facilidade quanto se pode perceber neste trabalho.

- ao se coletar os dados históricos da origem dos símbolos trabalhados, pode ser observado que este não é um assunto tratado com frequência nos livros de História da Matemática. Pelo fato de não existir imprensa na época em que se iniciaram os estudos da matemática, muitos matemáticos utilizavam símbolos diferentes, em diferentes partes do mundo, e somente após a invenção da imprensa foi possível maior uniformidade no uso destes.

- comentando sobre este trabalho com outros professores de matemática, foi possível perceber grande interesse por parte da História da Matemática como forma de introduzir um conteúdo. Muitos comentaram que já utilizaram deste recurso, porém, nenhum tinha ainda pensado nisso na apresentação dos símbolos.

Tendo alcançado todos os objetivos, espera-se contribuir para que o ensino da matemática possa se tornar mais significativo e interessante para os alunos.

Este trabalho pode ser complementado por meio de pesquisa da origem de outros símbolos matemáticos.

REFERÊNCIAS

BAUMGART, John K**. Tópico de História da Matemática para Uso em Sala de Aula; v. 4: História da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues, São Paulo: Atual, 1992.

BERTAGLIA, Sara Barbosa. O símbolo √ , que indica raiz quadrada, sempre foi assim? Quem o criou? **Nova Escola**, n. 227, novembro, 2009, p. 28.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução de Elza F. Gomide, São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CAJORI, Florian. **The history of mathematical notations.** Chicago: Open Court Pub. Co., 1928-1929. Disponível em < http://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=7juWmvQSTvwC&oi=fnd&pg=PA1&dq=a+history+of+mathematical+notations&ots=KWktBmI7Lt&sig=e6BiZI2e1uhPv6jvmDf42pssxl0#v=onepage&q&f=false > Acesso em: 27. Out. 2010.

CAVALCANTI, José Dílson. A união entre o símbolo “=” e a igualdade. **Revista do professor de matemática,** n. 66, 2º quadrimestre. 2008.

Centro de Matemática do Reino Unido. Disponível em < http://www.mash.dept.shef.ac.uk/Resources/web-mathlanguage.pdf > Acesso em: 06. ago. 2010

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história.** 2.ed. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2008.

D’AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19. Disponível em < http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf >. Acesso em: 05. ago. 2010.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues, Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1995.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**, 17.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção,** 9.ed. São Paulo: Globo, 1998.

KANITZ, Stephen. **Reseña de "Estimulando a curiosidade**" - Stomatos, julho-dezembro, año/vol. 10, número 019, 2004 - Universidade LUterana do Brasil - Canoas, Brasil. Disponível em? < http://redalyc.uaemex.mx/pdf/850/85001909.pdf > Acesso em: 05. ago. 2010.

KARRER, Monica; MAGINA, Sandra. **Boletim de Educação Matemática, 2000** - tecmat.pbworks.com. Disponível em < http://74.125.155.132/scholar?q=cache:ZWAOJl_tCIwJ:scholar.google.com/+hist%C3%B3ria+da+calculadora+cient%C3%ADfica&hl=pt-BR&as_sdt=2000 >. Acesso em: 05. ago 2010.

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileirs de Matemática, 1987.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna** – análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1992.

PERRENOUD, Philippe. 10 **Novas Competências para Ensinar:** Artmed, 2000. Disponível em < http://www.turmanet.net/sufolio/10%20NOVAS%20PARA%20ENSINAR/competencias.pdf >. Acesso em: 05. ago. 2010.

QUEIRÓZ, Eça de. **Notas Contemporâneas:** Livraria Lello & Irmão, 1945.

RUBIO, Juliana de Alcântara Silveira. **Uso didático da calculadora no ensino fundamental: possibilidades e desafios,** 2003. 122 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Marília, 2003.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza. **Matemática – Ensino Médio,** 3. ed., v.3. São Paulo: Saraiva, 2003.

VIALI, Lorí; SILVA, Mercedes Matte da. **A Linguagem Matemática Como Dificuldade Para Alunos Do Ensino Médio.** PUCRS/UFRGS. Disponível em < www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../CC45872422091T.doc >. Acesso em: 26. jul. 2010.

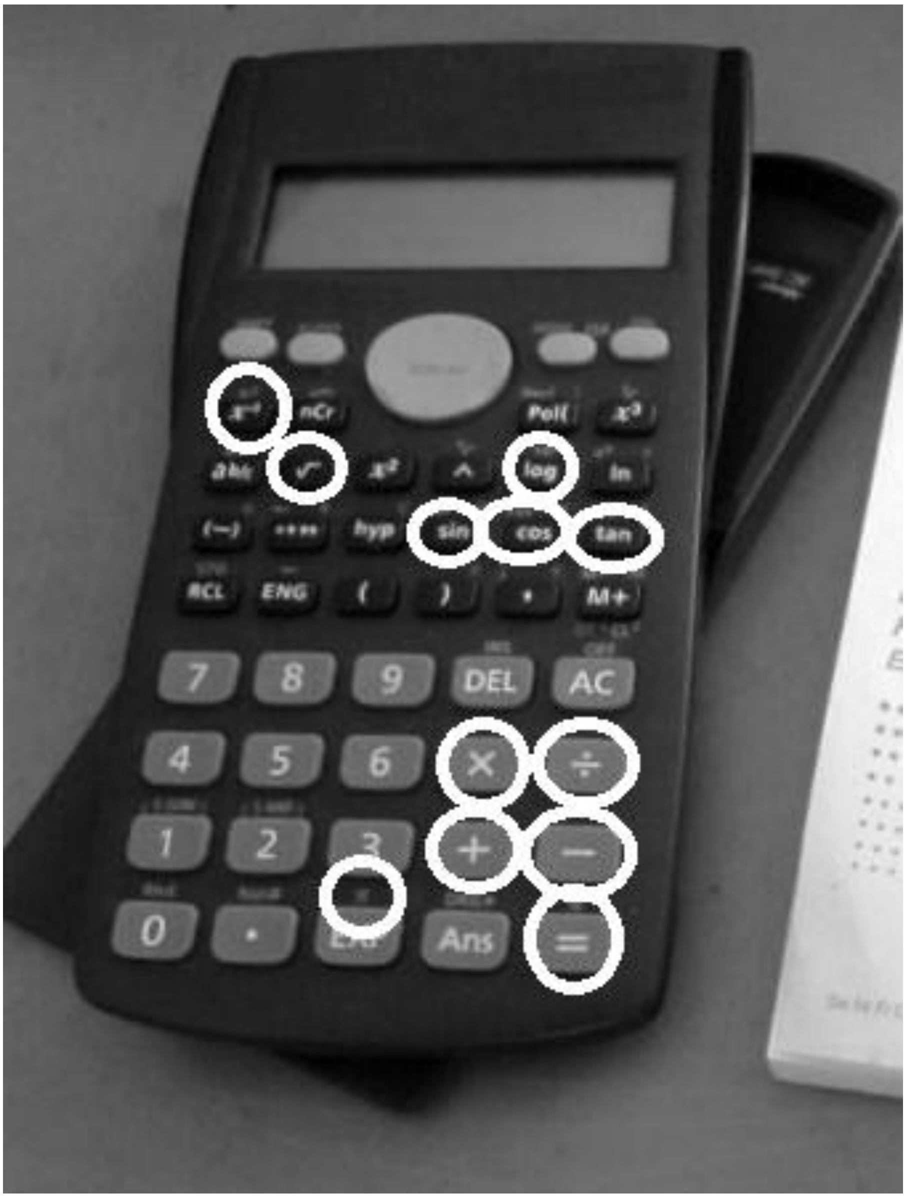
< http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_trigonometria.htm > Acesso em: 26. jul. 2010.

< http://educar.sc.usp.br/matematica/m2l1.htm> Acesso em: 26. Jul. 2010.

< www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../CC45872422091T.doc > Acesso em: 11. jul. 2010.

APÊNDICE A

CALCULADORA CIENTÍFICA



APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO PARA OS ALUNOS

Série:_____ Idade:____ anos Sexo: F ( ) M ( ) Data __/__/____

Assinale na tabela abaixo os símbolos que você conhece, dos conhecidos, assinale também aqueles que você já utilizou, e escreva para que serve este símbolo.

Símbolo	Nome	Conhece?	Utilizou?	Para que serve?
+				
-				
* ou . ou x				
: ou / ou ÷				
=				
√				
%				
π				
!				
log				
senΘ				
cosΘ				
tgΘ				
cotgΘ				

Você conhece a história da origem de algum dos símbolos assinalados? Qual (is)?

____

____

____

____

Você acha importante, ou interessante saber a história da origem destes símbolos? Por quê?

____

____

____

____

____

____

____

APÊNDICE C

MATERIAL DIDÁTICO

ADIÇÃO

O primeiro registro dos símbolos de adição e subtração ocorreu na aritmética comercial de Johann Widmann, publicada em Leipzig em 1489. No caso esses símbolos eram usados apenas para representar excesso ou falta, ainda não tinham aspecto operacional, estes símbolos vieram a ter uso geral na Inglaterra depois de usados, em 1557, por Robert Recorde.

No papiro Rhind (ou papiro de Ahmes, e até papiro de Moscou), atualmente encontrado no Museu Britânico, encontram-se símbolos para *mais* e *menos*. O símbolo de adição é representado por um par de pernas caminhando da esquerda para a direita, o sentido da escrita egípcia, e o de subtração por um par de pernas caminhando da direita para a esquerda, em sentido contrário à escrita egípcia.

Há quem acredite que o sinal de adição derive da palavra latina *plus* utilizado na antiguidade. Para simplificar passou a ser utilizada a letra *p* que com a velocidade da escrita resultou em duas linhas cruzadas, que acabaram sendo convertidas no sinal "+" utilizado hoje em dia.

"A natureza, os animais **e** o tempo também são ótimos educadores."

Há também a possibilidade do símbolo de adição ser uma contração da palavra latina *et*, que significa "e", que nada mais é que um conectivo de adição, como na frase, de Latumia (W.J.F.) acima citada.

SUBTRAÇÃO

O símbolo para indicar subtração pode ter derivado da contração da palavra latina *minus*, que com o tempo passou a ser escrita como a letra *m* e um tracinho em cima, logo a palavra desapareceu e ficou só o tracinho.

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Relativamente recente o símbolo “×” para indicar multiplicação foi utilizado pela primeira vez por Willian Oughtred em sua obra *Clavis Matematicae* em 1631. O sinal é derivado da utilização do símbolo da cruz de San Andrés para os cálculos de proporções na antiguidade. Proposto por Oughtred, foi adotado por um tempo, mas nem todos se convenceram. Leibniz (1698), por exemplo, escreveu uma carta para John Bernoulli com a seguinte idéia[4]:

> Eu não gosto de × como um símbolo para a multiplicação, porque é confundida facilmente com *x*; freqüentemente eu relaciono o produto entre duas quantidades por um ponto. Daí ao designar a relação uso não um ponto mas dois pontos, que eu uso também para a divisão.

No ano de 1657, Oughtred utilizou um ponto (.) para representar a multiplicação e dois pontos (:) para representar a divisão. Foi Rouse Ball, quem combinou dois símbolos já existentes para chegar à “÷”. Este símbolo é o resultado da combinação de “-“ e “:”.

IGUALDADE

O sinal “=” como símbolo de igualdade apareceu, pela primeira vez em 1557, na publicação *The Whetstone of Witte*, do matemático Robert Recorde. O matemático justificou o uso de um par de retas paralelas por “não poder haver duas coisas mais iguais”. O símbolo que utilizamos atualmente é uma versão reduzida da inventada por Recorde.

Entretanto, Viète, em 1591, utilizava-se do símbolo “=” não para representar igualdade, mas sim diferença entre duas coisas. Descartes, em 1638, no sentido de

[4] Extraído de <http://professorfenelon.com/logico/ >

“±”, Johann Caramuel como separação dos decimais, François Dulaurens, em 1667, e Samuel Reyher, em 1698, para identificar linhas paralelas, e Georg Paricius, como símbolo geral para separar números em processo aritmético, assim como utilizou : e -.

Apesar de não imaginarmos a matemática sem o sinal de igual como “=”, muitas foram as adversidades para que símbolo e utilização fossem relacionados. Como muito da matemática era representado por palavras, a igualdade já foi representada por *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *fera egale*, *phalam*, *ghelijck*, e até mesmo *gleich*. Depois por abreviações como *aeq* e *pha*, além de muitos outros símbolos diferentes de “=”.(Cavalcanti, 2008)

No século XVII, por exemplo, Hérigone representava a igualdade como 2|2, símbolo também utilizado representando desigualdade. Como isso causava confusão empregou “ ⊔ ” para a igualdade. René Descartes utilizava o símbolo α, o qual concorreu com o símbolo de Recorde.

RAIZ QUADRADA

No ano de 1525, Christoff Rudolff publicou seu livro “Coss”, onde usou para raiz quadrada o símbolo utilizado atualmente.

Extrair a raiz quadrada de um número significa encontrar a medida do lado do quadrado com área igual ao número inicial. Como um quadrado é composto por quatro lados, podemos chamar estes lados de raízes do quadrado. Por meados de 1400, as operações matemáticas eram representadas literalmente, no caso da raiz quadrada não foi diferente. Do latim, *radix quadratum*, que significa *raiz quadrada*, originou o símbolo por nós hoje utilizado. Para simplificar a escrita das equações escrevia-se

radix 25,

por exemplo, para representar o que hoje escrevemos √25, com o tempo os escribas, quem copiavam os livros, passaram a escrever simplesmente

r 25

Mas a forma representativa de raiz quadrada ainda sofreu modificações por conta dos livros serem manuscritos. O “r” manuscrito passou a sobrepor o número que estava depois dele, facilitando a visualização do número o qual se desejava extrair a raiz quadrada, ou seja, o lado do quadrado cuja área era conhecida.

Foi Girard quem sugeriu escrever os índices das raízes por meio de números colocados na abertura em V do sinal da raiz quadrada, o que permitiu-nos utilizar o mesmo símbolo para calcular raízes cúbicas, quárticas, e raízes de qualquer outro índice.

PI (π)

Décima sexta letra do alfabeto grego, a letra “π” é a incial de *peripéreia* (circunferência) e também da palavra grega "περίμετρος" (perímetro). O símbolo de “pi” atualmente representa a razão constante entre a medida do comprimento da circunferência (perímetro) e a medida do diâmetro, relacionando o perímetro da circunferência com seu diâmetro encontramos o conhecido valor “3,1416...”

Embora tenha aparecido em 1706 em *Synopsis Palmariorum Matheseos (A New Introduction to the Mathematics)*, o uso definitivo deste símbolo deve-se em grande parte a Euler.

SENO, COSSENO. TANGENTE E COTANGENTE

Originadas da Astronomia, surgiram por conta de um erro de tradução. Conta-se que o matemático hindu Aryabhata elaborara tábuas de cordas semelhantes às tábuas de senos, hoje por nós utilizada, que teria sido elaborada por Ptolomeu, estas tábuas eram denominadas *jya*. Os árabes, ao traduzir esta palavra, sem preocuparem-se com a pronúncia modificaram-na para *jyb*. Em 1150, Gerardo de Cremona, ao traduzir o termo para o latim, confundiu-o com a palavra *jayb*, que em árabe signfica “bolso, golfo ou seio”, traduzindo-a assim para *sinus*, hoje chamado de seno. Para justificar tal nome muitos matemáticos utilizam o gráfico da função, que é bastante sinuoso.

Edmund Günter (1620), pensando na idéia do seno do ângulo complementar, combinou as palavras “complementar” e “seno”, criando assim o termo hoje conhecido como cosseno.

Com a necessidade de medirem-se alturas e sombras, originaram-se as funções tangente e cotangente, no entanto estes termos são recentes. Em 1583, Thomas Fincke, ao observar que a sombra reversa vertical situava-se na reta tangente ao círculo de raio igual ao comprimento do gnômon horizontal. O termo cotangente também deve-se à Edmund Gunter, que pensara na questão da tangente do ângulo complementar, assim como no caso do cosseno.

PORCENTAGEM

O símbolo “%” passou a ser utilizado a partir do século XV, mas a ideia já havia sido utilizada muito antes pelo imperador Romano Augusto, quem cobrava taxa de $\frac{1}{100}$ sobre todas as mercadorias vendidas, e quanto à compra e venda de escravos ainda existiam as taxas $\frac{1}{20}$, e $\frac{1}{25}$, respectivamente. Ao observar que todas estas frações são redutíveis a centésimos facilmente, podemos entender por que já naquela época os cálculos eram feitos a base de percentuais.

Naquela época a expressão 20p100 era utilizada para o que hoje representamos 20%. Este símbolo pode ter originado de um manuscrito italiano anônimo, datado de 1425. No ano de 1650, o símbolo foi representado por *per*$\frac{0}{0}$, mais tarde restou apenas o símbolo $\frac{0}{0}$, que com o tempo passou a ser escrito como “%”, que utilizamos hoje.

O sinal de porcentagem é encontrado em manuscritos do século XV na aritmética comercial, em sua forma primitiva, onde este símbolo era encontrado após a palavra *por*, e depois após a letra *p* como uma contração de “por cento”. Existe também a variação ${}^{o}/_{oo}$, que significa *por mil*.

FATORIAL

A notação n! foi introduzida por Christian Kramp (1760-1826) em 1808 como uma conveniência para a impressora, pois antigamente este símbolo era escrito como $\underline{|n}$.